IGL752 – Techniques de vérification et de validation

Université de Sherbrooke

Devoir 2

Enseignant:	Michael Blondin
Date de remise:	mardi 12 février 2019 à 13:30
À réaliser:	individuellement ou en équipe de deux
Modalités:	remettre en classe, au début du cours, en copie imprimée ou manuscrite lisible
Bonus:	chaque question marquée par ★ vaut 0.5 point bonus sur les 60 points de la session attribués aux devoirs

Pour tout mot infini σ, nous écrivons $\inf(\sigma)$ pour dénoter l'ensemble des lettres qui apparaissent infiniment souvent dans σ. Par exemple, $\inf(abc^\omega) = \{c\}$, $\inf(c(bba)^\omega) = \{a, b\}$ et $\inf((abc)^\omega) = \{a, b, c\}$.

Question 1. 7.5 P.

Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. Pour chaque langage $L_i \subseteq \Sigma^\omega$ ci-dessous, donnez une expression ω-régulière s_i telle que $L(s_i) = L_i$. Donnez également un mot appartenant à L_i et un mot n'appartenant pas à L_i.

(a) $L_1 = \{\sigma \in \Sigma^\omega : \inf(\sigma) = \{a, b, c\}\}$;

(b) $L_2 = \{\sigma \in \Sigma^\omega : b \in \inf(\sigma) \wedge \sigma \text{ contient au moins un } a\}$;

(c) $L_3 = \{\sigma \in \Sigma^\omega : \underbrace{\forall i \in \mathbb{N}\ [(\sigma(i) = a) \rightarrow i \text{ est pair}) \wedge (\sigma(i) = b) \rightarrow i \text{ est impair})]}_{\ll \text{ la lettre } a \text{ (resp. } b\text{) peut seulement apparaître aux positions paires (resp. impaires) } \gg}\}$.

Question 2. 7.5 P.

Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. Pour chaque langage $L_i \subseteq \Sigma^\omega$ ci-dessous, donnez un automate de Büchi $\mathcal{A}_i$ tel que $L(\mathcal{A}_i) = L_i$. Dites également si $\mathcal{A}_i$ est déterministe ou non.

(a) $L_1 = \{\sigma \in \Sigma^\omega : \inf(\sigma) = \{a, b, c\}\}$;

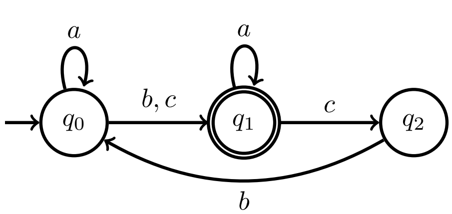
(b) $L_2 = \{\sigma \in \Sigma^\omega : \text{si } a \in \inf(\sigma), \text{alors } b \in \inf(\sigma)\}$;

(c) $L_3 = \{\sigma \in \Sigma^\omega : \underbrace{\forall i, k \in \mathbb{N}\ [(i < k \wedge \sigma(i) = a \wedge \sigma(k) = c) \rightarrow (\exists j \in \mathbb{N} : i < j < k \wedge \sigma(j) = b)]}_{\ll \text{ si un } c \text{ apparaît après un } a, \text{ alors il y a au moins un } b \text{ entre } \gg}\}$.

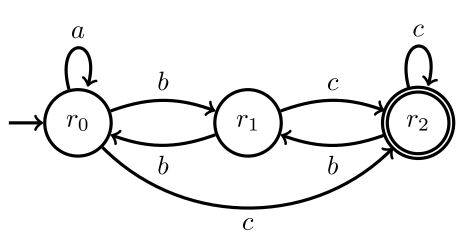
Question 3. 5 P.

Soient $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ les automates de Büchi ci-bas. Construisez un automate de Büchi $\mathcal{C}$ tel que $L(\mathcal{C}) = L(\mathcal{A}) \cap L(\mathcal{B})$.

$\mathcal{A}$:



$\mathcal{B}$:



Question 4. 10 P.

Soient $AP = \{p, q\}$ et $\Sigma = 2^{AP}$. Pour chaque formule φ_i ci-dessous, donnez un automate de Büchi $\mathcal{A}_i$ tel que $L(\mathcal{A}_i) = [\![\varphi_i]\!]$. Donnez également un mot accepté par $\mathcal{A}_i$ et un mot refusé par $\mathcal{A}_i$.

(a) $\varphi_1 = \mathsf{F}p \rightarrow \mathsf{G}q$;

(b) $\varphi_2 = \neg\mathsf{FG}(\neg p \vee \neg q)$;

(c) $\varphi_3 = p \;\mathsf{U}\; (p \wedge (q \;\mathsf{U}\; \neg p))$;

(d) $\varphi_4 = \mathsf{G}((\mathsf{X}p) \;\mathsf{U}\; q)$.

★ Question 5. (+0.5 P.)

Considérez le système concurrent suivant constitué de deux processus partageant les variables entières x, y, z:

$x, y, z \leftarrow 0$
lancer `processus(0)` et `processus(1)` de façon concurrente

`processus(`i`)` *:*
boucler
1 $x \leftarrow i + y$
2 **si** $(x \neq 1 + i) \wedge (y \neq x)$ **alors aller à** 1
3 $z \leftarrow i$
4 **tant que** $x \cdot z \neq z$ **faire rien**
5 **si** $y = 0$ **alors** $y \leftarrow z - i$
6 $y \leftarrow i + 1$
7 **si** $z = x - y$ **alors aller à** 1
8 `/* section critique */`

Donnez un chemin fini du système qui atteint un état où `processus`(0) et `processus`(1) sont tous deux dans leur section critique. Vous pouvez supposer que $-4 \leq x, y, z < 4$ et que les opérations arithmétiques n'engendrent pas de débordement (le système satisfait cette propriété; elle a déjà été vérifiée).

★ Question 6. (+0.5 P.)

Soit $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Soit $\sigma \in \Sigma^\omega$ le mot infini tel que $\sigma(i) = i^{\text{ème}}$ décimal du nombre π, pour tout $i \in \mathbb{N}$. Autrement dit, $\sigma = 14159265358979323846\cdots$. Prouvez qu'il n'existe *pas* d'automate de Büchi $\mathcal{A}$ tel que $L(\mathcal{A}) = \{\sigma\}$.