

1. Systèmes de numération

Système unaire

- ▶ Chaque nombre $n \in \mathbb{N}$ se représente par $\overbrace{1 \cdots 1}^{n \text{ fois}} 1$
- ▶ L'addition correspond à la concaténation
- ▶ Pas concis

Représentation positionnelle

- ▶ Généralisation du système décimal à une base $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$
- ▶ *Systèmes particuliers*: binaire ($b = 2$), octal ($b = 8$), décimal ($b = 10$), hexadécimal ($b = 16$)
- ▶ *Chiffres*: éléments de $\{0, 1, \dots, b-1\}$
- ▶ *Chiffres au-delà de 9*: A = 10, B = 11, ..., F = 15, ...
- ▶ *Valeur de x en base b* : $x_b = x_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + x_1 \cdot b^1 + x_0 \cdot b^0$
- ▶ *Exemple*: $8B5_{16} = 8 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0$
- ▶ Les zéros tout à gauche ne changent rien: $(0 \cdots 0x)_b = x_b$

Conversions

- ▶ b à 10: $x_0 + b \cdot (x_1 + b \cdot (x_2 + b \cdot (\dots + b \cdot x_{n-1})))$
- ▶ 10 à b : diviser à répétition par b et concaténer les restes de droite à gauche, par ex. $6_2 = 110_2$:
 $6 \div 2 = 3$ reste 0, $3 \div 2 = 1$ reste 1, $1 \div 2 = 0$ reste 1
- ▶ b à b^m : remplacer chaque bloc de taille m par sa valeur en base b^m , par ex. si $b^m = 2^3$: $10110_2 \rightarrow 26_{10}$
- ▶ b^m à b : éclater chaque symbole vers sa représentation de taille m en base b , par ex. si $b^m = 2^3$: $73_{10} \rightarrow 111011_2$

Addition

- ▶ Comme en base 10: additionner chiffre à chiffre en base b et propager une retenue vers la gauche

Fractions

- ▶ *Exemple*: $(11,01)_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 3,25$
- ▶ *Chiffres non significatifs*: $(0 \cdots 0x, y0 \cdots 0)_b = (x, y)_b$

2. Architecture des ordinateurs

Architecture et organisation

- *Architecture*: spécification des services des composants
- *Organisation*: description physique des composants

Architecture de von Neumann

- *Mémoire principale*: stocke les programmes et leurs données
- *Processeur*: unité centrale de traitement de l'ordinateur
- *Unités d'entrée/sortie*: contrôlent les périphériques
- *Bus*: systèmes de communication entre les composants

Mémoire principale

- Suite de cellules d'octets identifiées par des *adresses* uniques
- Une adresse peut référer à: 1 *octet* (8 bits), 2 octets (*demi-mot*), 4 octets (*mot*), 8 octets (*double mot*)
- Quantité de mémoire utilisable limitée par taille des adresses

- *Big-endian*: [00, 58, 40, 0F] vaut 0058400F
Little-endian: [00, 58, 40, 0F] vaut 0F405800
- *Alignement*: adresser 2^k octets à une adresse qui n'est pas un multiple de 2^k — parfois: *interdit*, souvent: *ralentit l'accès*

Processeur

- *Jeu d'instructions* élémentaires, par ex: $\overbrace{\text{add}}^{\text{code d'opér.}} \overbrace{\text{x10, x11, x12}}^{\text{opérandes}}$
- *Registres*: cellules de mémoire interne, très rapide d'accès
- *Code machine*: traduction des instructions en suite de bits
- *Compteur d'instruction*: pointe vers prochaine instruction
- *Unité de contrôle*: coordonne l'exécution des instructions
- *Unité arithmétique et logique*: calculs sur $\mathbb{Z}$ et chaînes de bits
- *Pipeline*: parallélisation des étapes d'exécution
- *RISC*: instructions simples, taille fixe, mémoire–ou–autre

3. Programmation en langage d'assemblage: ARMv8

Registres

- *Registres*: x_0-x_{30} (64 bits) ou w_0-w_{30} (sous-registres 32 bits)
- *Usage libre*: x_0-x_7 (arguments) et $x_{19}-x_{28}$ (sauveg. par l'appelé)
- *Usage semi-libre*: x_9-x_{15} (sauvegardés par l'appelant)

Organisation du code

- *Ligne*: **étiquette**: opcode operandes // **Commentaire**
- *Étiquette*: nom symbolique d'une ligne de code
- *Exemple*: **impair**:

```
mov    x20, 3           // tmp = 3
mul    x20, x20, x19     // tmp = tmp * n
add    x19, x20, 1       // n  = tmp + 1
```

Quelques instructions

mov	x_d, v	$x_d \leftarrow v$	où v est regis. ou const.
add	x_d, x_n, v	$x_d \leftarrow x_n + v$	où v est regis. ou const.
mul	x_d, x_n, x_m	$x_d \leftarrow x_n \cdot x_m$	
udiv	x_d, x_n, x_m	$x_d \leftarrow x_n \div x_m$	

Données statiques

- *Adresse divisible par k* : **.align** k
- *Alloue k octets consécutifs*: **.skip** k
- *1, 2, 4, 8 octets*: **.byte** v , **.hword** v , **.word** v , **.xword** v
- *Chaîne de car.*: **.asciz** s

Segments de données

- *Instructions*: **.section** **".text"**
- *Données en lecture seule*: **.section** **".rodata"**
- *Données initialisées*: **.section** **".data"**
- *Données non-initialisées*: **.section** **".bss"**

Entrée/sortie (de haut niveau via C)

- *Affichage*: **printf**(&format, val_1 , val_2 , ...)
- *Lecture*: **scanf**(&format, &var₁, &var₂, ...)
- *Format nombres*: int32 (%d), uint32 (%u), uint32-hex (%X),
64 bits via préfixe l, par ex. int64 (%ld)

4. Nombres entiers

Représentation des entiers signés

► Compl. à 2: $\text{val}(x_{n-1} \dots x_1 x_0) = -x_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i \cdot 2^i$

bits	000	001	010	011	100	101	110	111
valeur	0	1	2	3	-4	-3	-2	-1

► Représentables sur n bits: $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$

► Bit de signe: négatif ssi bit de gauche = 1

► Ajout de bits: répéter bit de signe à gauche: $101 \rightarrow 1 \dots 101$

► Changement de signe: $010 \xrightarrow{\text{complément}} 101 \xrightarrow{+1} 110$

Opérations arithmétiques

► Addition: comme les entiers non signés

► Soustraction: addition/changement de signe: $a - b = a + (-b)$

► Report: lors d'une retenue sur la somme des bits de poids fort

► Débordement: lorsque le résultat ne peut pas être représenté

► Multiplication et division non signées: comme en base 10:

$$\begin{array}{r} \times \quad 101 \quad (5) \\ \quad 11 \quad (3) \\ \hline \quad 101 \\ + \quad 101 \\ \hline 1111 \quad (15) \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10011 \overline{) 11} \\ \underline{11} \\ 00110 \\ \underline{111} \\ 1 \end{array}$$

► Mult. signée: étendre opérandes à $2n$ bits et garder $2n$ bits faibles du résultat (s'implémente sans extension explicite)

► Division signée: calculer $|a| \div |b|$ et ajuster signe

Codes de condition

► Codes: N (négatif), Z (zéro), $\overbrace{C \text{ (report)}}^{\text{bit de retenue}}$, $\overbrace{V \text{ (débordement)}}^{\text{résultat trop grand/petit}}$

► Codes modifiés par: **cmp**, **adds**, **subs**, **negs**, **adcs**, **sbc**

► Comparaison: codes mis à jour via soustraction bidon

► Accès aux codes: avec **b.condition** etiq

► Accès au report: « **adc** rd, rn, rm » $\equiv r_d \leftarrow r_n + r_m + C$

5. Accès aux données

Adresses

- *Numérique*: entier non négatif, souvent en hexadécimal
- *Symbolique*: chaîne représentant une adresse à déterminer

Modes d'adressage

- *Mode*: méthode pour récupérer la valeur d'un opérande
- *Récapitulatif des modes*:

Nom		Valeur récupérée	Exemple
immédiat	$i \mapsto i$		<code>mov x0, 42</code>
direct	$a \mapsto \text{mem}[a]$		—
par registre	$n \mapsto \text{reg}[n]$		<code>mov x0, x1</code>
indirect	$a \mapsto \text{mem}[\text{mem}[a]]$		—
indirect par registre	$n \mapsto \text{mem}[\text{reg}[n]]$		<code>ldr x0, [x1]</code>
indir. par reg. indexé	$n, i \mapsto \text{mem}[\text{reg}[n] + i]$		<code>ldr x0, [x1, i]</code>
indir. par reg. indexé pré-incrémenté	$\text{reg}[n] \leftarrow \text{reg}[n] + i$, suivi de $n, i \mapsto \text{mem}[\text{reg}[n]]$		<code>ldr x0, [x1, i]!</code>
indir. par reg. indexé post-incrémenté	$n, i \mapsto \text{mem}[\text{reg}[n]]$, suivi de $\text{reg}[n] \leftarrow \text{reg}[n] + i$		<code>ldr x0, [x1], i</code>
relatif	$i \mapsto \text{mem}[\text{reg}[pc] + i]$		<code>ldr x0, var</code>

Accès mémoire sur ARMv8

- *Chargement et stockage*:

# octets	chargement	stockage
1	<code>ldrb wd, a</code>	<code>strb wd, a</code>
2	<code>ldrh wd, a</code>	<code>strh wd, a</code>
4	<code>ldr wd, a</code>	<code>str wd, a</code>
8	<code>ldr xd, a</code>	<code>str xd, a</code>

- *Autres instructions*:

```
adr r, etiq // charge adr(etiq) dans reg. r
mov r, s    // charge reg. s dans reg. r
mov r, i    // charge valeur i dans reg. r
```

Assemblage

- *Assembleur*: instructions $\rightarrow$ code machine; la plupart des adresses symboliques $\rightarrow$ adresses numériques
- *Éditeur de liens*: fichiers objets $\rightarrow$ fichier exécutable; recalcule certaines adresses; adresses symboliques $\rightarrow$ numériques

6. Tableaux

Généralités

- *Tableau*: collection d'éléments identifiés par des indices
- *Éléments*: tous de même taille, contigus en mémoire
- *Indice*: d -uplet i où $d \geq 1$ est la dimension
- *Bornes*: $0 \leq i_j < n_j$ pour chaque dimension j
- *Taille*: $n_0 \cdot n_1 \cdots n_{d-1}$ éléments
- *Types*: le type des éléments est implicite
- *Exemples de tableau 1D et tableau 2D*:

0	01010101
1	11110000
2	01101101
3	11111111
4	11110101

$n_0 = 5$
5 éléments

(0,0)	2
(0,1)	33
(1,0)	65535
(1,1)	73
(2,0)	9000
(2,1)	255

$n_0 = 3, n_1 = 2$
6 éléments

Calcul d'adresse

- *Index*: adresse relative à laquelle est stocké un élément
- *Calcul*: si a = adresse du tableau et k = nombre d'octets d'un élément, alors l'adresse d'un élément correspond à:

$$a + \underbrace{i \cdot k}_{\text{index élém. } i \text{ (tableau 1D)}}$$

$$a + \underbrace{(i \cdot n_1 + j) \cdot k}_{\text{index élém. } (i, j) \text{ (tableau 2D)}}$$

Allocation/accès mémoire

- *Tableau non initialisé*:

```
.section ".bss"
.align 2
tab: .skip 3*2*2 // n0 * n1 * # octets
```

- *Tableau initialisé*:

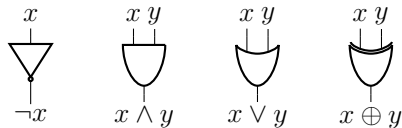
```
.section ".data"
tab: .hword 2, 33, 65535, 73, 9000, 255 // six demi-mots
```

- *Accès*: avec **str**/**ldr** (ou variantes) + modes d'adressage

7. Circuits logiques

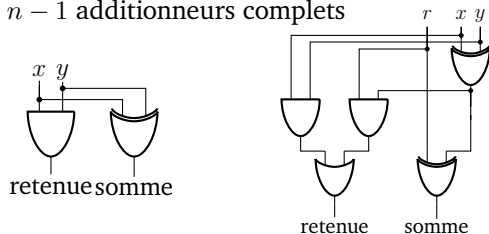
Circuits

- « Blocs » de base constitués de portes logiques qui permettent d'implémenter l'ordinateur:



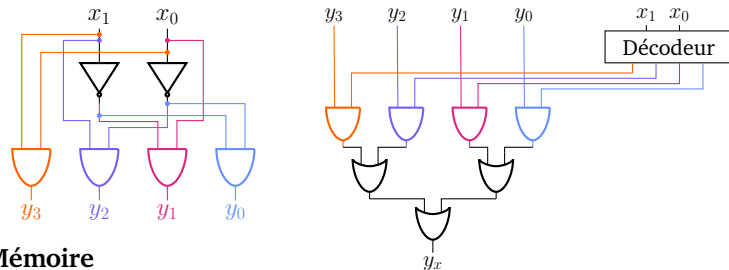
Arithmétique

- *Demi-additionneur*: somme de deux bits
- *Additionneur complet*: somme de deux bits et d'une retenue
- *Addition*: somme sur n bits avec un demi-additionneur et une cascade de $n - 1$ additionneurs complets



Décodage

- *Décodeur*: sur entrée x , sortie: $y_x = 1$ et $y_j = 0$ pour $j \neq x$
- *Multiplexeur*: sur entrée x , sélectionne le bit y_x
- *Instructions*: décodables/exécutables à l'aide de tels circuits



Mémoire

- *Circuits séquentiels*: peuvent mémoriser des bits
- *Verrou*: stocke un bit b ,
remise à 0 avec r , et mise à 1 avec s

