1. Systèmes de numération

Système unaire

- Chaque nombre $n \in \mathbb{N}$ se représente par $\overbrace{1 \cdots 11}^{n \text{ fois}}$
- L'addition correspond à la concaténation
- Pas concis

Représentation positionnelle

- Généralisation du système décimal à une base $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$
- *Systèmes particuliers*: binaire ($b = 2$), octal ($b = 8$), décimal ($b = 10$), hexadécimal ($b = 16$)
- *Chiffres*: éléments de $\{0, 1, \ldots, b-1\}$
- *Chiffres au-delà de 9*: $\mathrm{A} = 10, \mathrm{B} = 11, \ldots, \mathrm{F} = 15, \ldots$
- *Valeur de x en base b*: $x_b = x_{n-1} \cdot b^{n-1} + \ldots + x_1 \cdot b^1 + x_0 \cdot b^0$
- *Exemple*: $8\mathrm{B}5_{16} = 8 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0$
- Les zéros tout à gauche ne changent rien: $(0 \cdots 0x)_b = x_b$

Conversions

- *b à 10*: $x_0 + b \cdot (x_1 + b \cdot (x_2 + b \cdot (\ldots + b \cdot x_{n-1})))$
- *10 à b*: diviser à répétition par b et concaténer les restes de droite à gauche, par ex. $6_2 = 110$:
  $6 \div 2 = 3$ reste 0, $3 \div 2 = 1$ reste 1, $1 \div 2 = 0$ reste 1
- *b à b^m*: remplacer chaque bloc de taille m par sa valeur en base b^m, par ex. si $b^m = 2^3$: $10110 \to 26$
- *b^m à b*: éclater chaque symbole vers sa représentation de taille m en base b, par ex. si $b^m = 2^3$: $73 \to 111011$

Addition

- Comme en base 10: additionner chiffre à chiffre en base b et propager une retenue vers la gauche

Fractions

- *Exemple*: $(11{,}01)_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 3{,}25$
- *Chiffres non significatifs*: $(0 \cdots 0x{,}y0 \cdots 0)_b = (x{,}y)_b$

2. Programmation en langage d'assemblage: ARMv8

Registres

- *Registres:* $\mathtt{x_0}$–$\mathtt{x_{30}}$ (64 bits) ou $\mathtt{w_0}$–$\mathtt{w_{30}}$ (sous-registres 32 bits)
- *Usage libre:* $\mathtt{x_0}$–$\mathtt{x_7}$ (arguments) et $\mathtt{x_{19}}$–$\mathtt{x_{28}}$ (sauveg. par l'appelé)
- *Usage semi-libre:* $\mathtt{x_9}$–$\mathtt{x_{15}}$ (sauvegardés par l'appelant)

Organisation du code

- *Ligne*: `etiquette:  opcode  operandes  // Commentaire`
- *Étiquette*: nom symbolique d'une ligne de code
- *Exemple*:

```
impair:
        mov     x20, 3          // tmp = 3
        mul     x20, x20, x19   // tmp = tmp * n
        add     x19, x20, 1     // n   = tmp + 1
```

Quelques instructions

`mov xd, v`	$\mathtt{x_d} \leftarrow v$	où v est regis. ou const.
`add xd, xn, v`	$\mathtt{x_d} \leftarrow \mathtt{x_n} + v$	où v est regis. ou const.
`mul xd, xn, xm`	$\mathtt{x_d} \leftarrow \mathtt{x_n} \cdot \mathtt{x_m}$	
`udiv xd, xn, xm`	$\mathtt{x_d} \leftarrow \mathtt{x_n} \div \mathtt{x_m}$	

Données statiques

- *Adresse divisible par k*: `.align k`
- *Alloue k octets consécutifs*: `.skip k`
- *1, 2, 4, 8 octets*: `.byte v`, `.hword v`, `.word v`, `.xword v`
- *Chaîne de car.*: `.asciz s`

Segments de données

- *Instructions*: `.section ".text"`
- *Données en lecture seule*: `.section ".rodata"`
- *Données initialisées*: `.section ".data"`
- *Données non-initialisées*: `.section ".bss"`

Entrée/sortie (de haut niveau via C)

- *Affichage*: `printf(&format, val1, val2, ...)`
- *Lecture*: `scanf(&format, &var1, &var2, ...)`
- *Format nombres*: `int32` (`%d`), `uint32` (`%u`), `uint32-hex` (`%X`), 64 bits via préfixe `l`, par ex. `int64` (`%ld`)

3. Architecture des ordinateurs

Architecture et organisation

- *Architecture*: spécification des services des composants
- *Organisation*: description physique des composants

Architecture de von Neumann

- *Mémoire principale*: stocke les programmes et leurs données
- *Processeur*: unité centrale de traitement de l'ordinateur
- *Unités d'entrée/sortie*: contrôlent les périphériques
- *Bus*: systèmes de communication entre les composants

Mémoire principale

- Suite de cellules d'octets identifiées par des *adresses* uniques
- Une adresse peut référer à: 1 *octet* (8 bits), 2 octets (*demi-mot*), 4 octets (*mot*), 8 octets (*double mot*)
- Quantité de mémoire utilisable limitée par taille des adresses
- *Big-endian*: `[00, 58, 40, 0F]` vaut `0058400F`
  Little-endian: `[00, 58, 40, 0F]` vaut `0F405800`
- *Alignement*: adresser 2^k octets à une adresse qui n'est pas un multiple de 2^k — parfois: *interdit*, souvent: *ralentit l'accès*

Processeur

- *Jeu d'instructions* élémentaires, par ex: `add` (code d'opér.) `x10, x11, x12` (opérandes)
- *Registres*: cellules de mémoire interne, très rapide d'accès
- *Code machine*: traduction des instructions en suite de bits
- *Compteur d'instruction*: pointe vers prochaine instruction
- *Unité de contrôle*: coordonne l'exécution des instructions
- *Unité arithmétique et logique*: calculs sur $\mathbb{Z}$ et chaînes de bits
- *Pipeline*: parallélisation des étapes d'exécution
- *RISC*: instructions simples, taille fixe, mémoire–*ou*–autre

4. Accès aux données

Adresses

- *Numérique*: entier non négatif, souvent en hexadécimal
- *Symbolique*: chaîne représentant une adresse à déterminer

Modes d'adressage

- *Mode*: méthode pour récupérer la valeur d'un opérande
- *Récapitulatif des modes*:

Nom		Valeur récupérée	Exemple
immédiat	i	$\mapsto$ i	`mov x0, 42`
direct	a	$\mapsto$ mem$[a]$	—
par registre	n	$\mapsto$ reg$[n]$	`mov x0, x1`
indirect	a	$\mapsto$ mem[mem$[a]$]	—
indirect par registre	n	$\mapsto$ mem[reg$[n]$]	`ldr x0, [x1]`
indir. par reg. indexé	n, i	$\mapsto$ mem[reg$[n]+i$]	`ldr x0, [x1, i]`
indir. par reg. indexé pré-incrémenté	reg$[n]$ n, i	$\leftarrow$ reg$[n]+i$, suivi de $\mapsto$ mem[reg$[n]$]	`ldr x0, [x1, i]!`
indir. par reg. indexé post-incrémenté	n, i reg$[n]$	$\mapsto$ mem[reg$[n]$], suivi de $\leftarrow$ reg$[n]+i$	`ldr x0, [x1], i`
relatif	i	$\mapsto$ mem[reg$[pc]+i$]	`ldr x0, var`

Accès mémoire sur ARMv8

- *Chargement et stockage*:

# octets	chargement	stockage
1	`ldrb wd, a`	`strb wd, a`
2	`ldrh wd, a`	`strh wd, a`
4	`ldr wd, a`	`str wd, a`
8	`ldr xd, a`	`str xd, a`

- *Autres instructions*:

```
adr r, etiq   // charge adr(etiq) dans reg. r
mov r, s      // charge reg. s     dans reg. r
mov r, i      // charge valeur i   dans reg. r
```

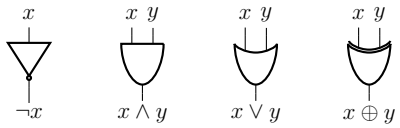
Assemblage

- *Assembleur*: instructions $\rightarrow$ code machine; la plupart des adresses symboliques $\rightarrow$ adresses numériques
- *Éditeur de liens*: fichiers objets $\rightarrow$ fichier exécutable; recalcule certaines adresses; adresses symboliques $\rightarrow$ numériques

5. Circuits logiques

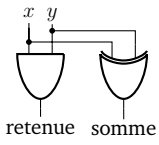
Circuits

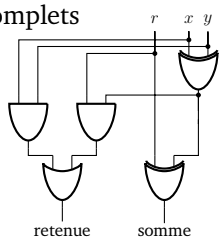
- « Blocs » de base constitués de portes logiques qui permettent d'implémenter l'ordinateur:



Arithmétique

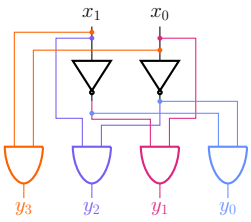
- *Demi-additionneur*: somme de deux bits
- *Additionneur complet*: somme de deux bits et d'une retenue
- *Addition*: somme sur n bits avec un demi-additionneur et une cascade de $n-1$ additionneurs complets

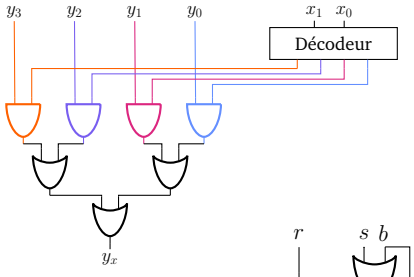




Décodage

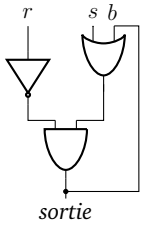
- *Décodeur*: sur entrée x, sortie: $y_x = 1$ et $y_j = 0$ pour $j \neq x$
- *Multiplexeur*: sur entrée x, sélectionne le bit y_x
- *Instructions*: décodables/exécutables à l'aide de tels circuits





Mémoire

- *Circuits séquentiels*: peuvent mémoriser des bits
- *Verrou*: stocke un bit b,
  remise à 0 avec r, et mise à 1 avec s



6. Nombres entiers

Représentation des entiers signés

- *Compl. à 2*: val$(x_{n-1}\cdots x_1x_0) = -x_{n-1}\cdot 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i \cdot 2^i$

bits	000	001	010	011	100	101	110	111
valeur	0	1	2	3	-4	-3	-2	-1

- *Représentables sur n bits*: $[-2^{n-1}, 2^{n-1}-1]$
- *Bit de signe*: négatif ssi bit de gauche $= 1$
- *Ajout de bits*: répéter bit de signe à gauche: $101 \rightarrow 1\cdots101$
- *Changement de signe*: $010 \xrightarrow{\text{complément}} 101 \xrightarrow{+1} 110$

Opérations arithmétiques

- *Addition*: comme les entiers non signés
- *Soustraction*: addition/changement de signe: $a-b = a+(-b)$
- *Report*: lors d'une retenue sur la somme des bits de poids fort
- *Débordement*: lorsque le résultat ne peut pas être représenté
- *Multiplication et division non signées*: comme en base 10:

$$\begin{array}{rr} & 101 \quad (5) \\ \times & 11 \quad (3) \\ & 101 \\ + & 101 \\ & 1111 \quad (15) \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 10011 \;\big|\; 11 \\ - & 11 \quad\;\; 00110 \\ & 111 \\ - & 11 \\ & 1 \end{array}$$

- *Mult. signée*: étendre opérandes à $2n$ bits et garder $2n$ bits faibles du résultat (s'implémente sans extension explicite)
- *Division signée*: calculer $|a| \div |b|$ et ajuster signe

Codes de condition

- *Codes*: `N` (négatif), `Z` (zéro), `C` (report) (bit de retenue), `V` (débordement) (résultat trop grand/petit)
- *Codes modifiés par*: `cmp`, `adds`, `subs`, `negs`, `adcs`, `sbcs`
- *Comparaison*: codes mis à jour via soustraction bidon
- *Accès aux codes*: avec `b.condition etiq`
- *Accès au report*: « `adc rd, rn, rm` » $\equiv$ $r_d \leftarrow r_n + r_m + C$

7. Tableaux

Généralités

- *Tableau*: collection d'éléments identifiés par des indices
- *Éléments*: tous de même taille, contigus en mémoire
- *Indice*: d-uplet $\boldsymbol{i}$ où $d \geq 1$ est la dimension
- *Bornes*: $0 \leq \boldsymbol{i}_j < n_j$ pour chaque dimension j
- *Taille*: $n_0 \cdot n_1 \cdots n_{d-1}$ éléments
- *Types*: le type des éléments est implicite
- *Exemples de tableau 1D et tableau 2D*:

0	01010101
1	11110000
2	01101101
3	11111111
4	11110101

$n_0 = 5$
5 éléments

$(0,0)$	2
$(0,1)$	33
$(1,0)$	65535
$(1,1)$	73
$(2,0)$	9000
$(2,1)$	255

$n_0 = 3$, $n_1 = 2$
6 éléments

Calcul d'adresse

- *Index*: adresse relative à laquelle est stocké un élément
- *Calcul*: si a = adresse du tableau et k = nombre d'octets d'un élément, alors l'adresse d'un élément correspond à:

$$a + \underbrace{i \cdot k}_{\text{index élém. } i \text{ (tableau 1D)}} \qquad a + \underbrace{(i \cdot n_1 + j) \cdot k}_{\text{index élém. } (i,j) \text{ (tableau 2D)}}$$

Allocation/accès mémoire

- *Tableau non initialisé*:

```
.section ".bss"
        .align 2
tab:    .skip  3*2*2     // n0 * n1 * # octets
```

- *Tableau initialisé*:

```
.section ".data"
tab:    .hword  2, 33, 65535, 73, 9000, 255 // six demi-mots
```

- *Accès*: avec `str` / `ldr` (ou variantes) + modes d'adressage

8. Programmation structurée

Séquence

- Composition séquentielle d'instructions
- Une instruction de haut niveau peut nécessiter plusieurs instructions de bas niveau; par ex. « `x19 *= 7` » devient:

```
mov     x20, 7
mul     x19, x19, x20
```

Sélection

- Exécution conditionnelle d'instructions (`if`, `switch`, ...)
- *Implémentation*: branchements avant:

```
if (cond(xd, xn)) {
  // code si
}
else {
  // code sinon
}
```

```
si:
        cmp         xd, xn
        b.¬cond     sinon
        // code si
        b           fin
sinon:
        // code sinon
fin:
```

- *Conditions multiples*: obtenues avec plusieurs sélections

Itération

- Exécution répétée d'instructions (`while`, `do while`, `for`, ...)
- *Implémentation*: branchements arrière, et parfois avant:

```
while (cond(xd, xn)) {
  // code
}
```

```
boucle:
        cmp         xd, xn
        b.¬cond     fin
        // code
        b           boucle
fin:
```

Sous-programmes

- Permettent de modulariser le code en sous-routines
- Registres partagés par programme et sous-programmes
- *Arguments*: passés par valeur ou adresse dans x_0–x_7 (en ordre)
- *Appel*: « `bl sprog` » assigne $x_{30} \leftarrow pc+4$ et branche à `sprog:`
- *Retour*: « `ret` » branche vers l'adresse de retour x_{30}
- *Sauvegarde*: l'appelé doit rétablir les registres x_{19} à x_{30}